Untersuchung der m = 1 Instabilität eines gewellten Thetapinches

J. Junker
E. Fünfer
M. Kaufmann
J. Neuhauser

IPP 1/115 Dezember 1970

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Untersuchung der m = 1 Instabilität
eines gewellten Thetapinches

J. Junker
E. Fünfer
M. Kaufmann
J. Neuhauser

IPP 1/115 Dezember 1970

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

IPP 1/115

E. Fünfer
J. Junker
M. Kaufmann
J. Neuhauser

Investigation of the m = 1 Instability of a Bumpy Thetapinch

Abstract

The m = 1 instability of a bumpy theta pinch has been studied using a coil 1.50 m long. The Isar I 2.6 MJ bank provides a collision-dominated plasma with $T_e = T_i$ = several hundred eV, and a collisionless plasma with $T_e \ll T_i$ = 3.5 keV. The particle density is 0.6 - 4.5 = 10^{16} cm^{-3}. The m = 1 instability generated by a sinusoidal expansion of the coil cross-section can be sensitively influenced by relatively small field corrections. The observed m = 1 motion of the plasma cannot be explained by the theory of this instability unless the stabilising effect of the ends of the coil is considered. The theoretical growth times are comparable with the time needed for a m = 1 wave to travel from the middle to the ends of the coil. The stability was not found to be affected by the absence of collisions.

I. Einleitung

Für die Erzeugung sehr heißer ($kT_i > 1$ keV) Plasmen mit großer Dichte ($10^{16} cm^{-3}$) hat sich der lineare Theta Pinch erfolgreich gezeigt. Die hierbei unvermeidbaren Endeffekte bewirken eine Begrenzung der erreichbaren Einschlußzeit (ca. 10 µs), welche nur in einer toroidal geschlossenen Konfiguration verlängert werden kann. Ein Gleichgewicht in toroidaler Geometrie ohne zusätzlichen azimutalen Strom läßt sich erzeugen mit der M & S Konfiguration (1). Dieses Gleichgewicht ist für $\beta = 1$ (2,3) und für $\beta \leq 1$ (4) im Modell der Oberflächenströme expliziert berechnet worden. Die für die M & S Konfiguration charakteristischen Wellungen der Plasmaoberfläche führen wegen der ungünstigen Krümmungen der Magnetfeldlinien zu MHD-Instabilitäten. Das Stabilitätsverhalten ist am vereinfachten Modell des linearen, gewellten Theta-Pinches theoretisch ausführlich untersucht worden (3, 5 - 10). Ein unendlich langes, periodisch gewelltes Plasma ist instabil gegenüber Störungen der azimutalen Wellenzahl $m = 1$ (d.h. seitliche Versetzungen). Die Anwachsrate der Instabilität hängt ab von β und von der Form des Druckprofiles (9). Im Modell der Oberflächenströme, d.h. kastenförmiges Druckprofil, wird die Anwachsrate Null für $\beta = 1$. Eine leitfähige Wand und die günstige Krümmung der Feldlinien an den Spulenenden wirken stabilisierend bzw. dämpfend auf die Anwachsraten.

Die mit der Erzeugung eines toroidalen M & S Gleichgewichts verbundenen Schwierigkeiten betreffen vor allem die dynamischen Vorgänge sowie die eingefangenen Magnetfelder während der schnellen Kompression des Theta-Pinches. In bisherigen Experimenten im Temperaturbereich von einigen eV (11,12,13) ist es gelungen, die Einschlußzeit des Plasmas gegenüber der Driftzeit in einem vergleichbaren Kreistorus etwa um einen Faktor 4 zu verlängern.

In linearer Geometrie wurden verschiedene Experimente zur Stabilität (14 - 17) durchgeführt. Es wurden $m = 1$ Instabilitäten beobachtet, welche weitgehend mit der Theorie erklärt werden konnten.

Bei den Experimenten in Culham (14, 15) und Los Alamos (16) wurde ein einzelner "Bauch" (Erweiterung des Plasmaquerschnittes) während oder unmittelbar nach der schnellen Theta-Pinch-Kompression erzeugt. In Culham wurde an einer 8 m langen Spule ein stoßdominiertes Plasma (kT = 120 eV) untersucht, in Los Alamos auch ein stoßfreies Plasma (kT_i = 1 keV) in einer 1 m langen Spule.

Bei den hier beschriebenen Experimenten wird die Stabilität eines gewellten Plasmas im Temperaturbereich von 300 eV bis 2 keV (Ionentemperatur) untersucht (18). In diesem Temperaturbereich sollte sich zeigen, ob und inwieweit die Eigenschaft der Stoßfreiheit das Stabilitätsverhalten beeinflußt. Die beschriebenen Experimente wurden an der Batterie Isar I (19) mit einer 1,5 m langen Spule durchgeführt. In der Mitte der Spule wurde der Spulendurchmesser durch Ausfräsen sinusförmig erweitert ($r_{Spule} = r_o + \Delta r/2 * (1 + \cos(2\pi z/L))$ für $|z| \leq L/2$, r_o = 5,3 cm, Δr = 3 cm, L = 30 cm). Hierdurch ließ sich ein einzelner "Bauch" mit größtmöglicher Rotationssymmetrie erzeugen. Die wegen des Kollektorschlitzes unvermeidliche Störung der Rotationssymmetrie (20, 21) und deren Einfluß auf das Plasma wurden experimentell untersucht.

II. Beschreibung des Experiments und Eigenschaften des Plasmas

1) Batterie- und Spulendaten

Die hier beschriebenen Experimente wurden durchgeführt an einer 1.5 m langen Spule mit einem Durchmesser von 10.6 cm. Die Daten der in (19) ausführlicher beschriebenen Theta-Pinch-Anlage Isar I sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Angegeben sind die Daten für die maximale und die minimale benutzte Batterieenergie. Für das bump-Experiment wurde der Spulendurchmesser auf einer Periodenlänge von 30 cm sinusförmig von 10.6 cm auf maximal 16.6 cm erweitert. Die Vakuum-Magnetfeldstärke wird dadurch im Bauchquerschnitt reduziert auf 42% (an der Gefäßwand) bis 46% (auf der Achse) der Feldstärke in den zylindrischen Teilen der Spule (21).

2) Eigenschaften des Plasmas

Die Eigenschaften des Plasmas wurden weitgehend an der zylindrischen Spule untersucht. Die Batterieenergie wurde von 0.5 bis 2.6 MJ variiert. Die Anfangsdichte betrug 4 bis 13.2 x 10^{14} cm^{-3}, entsprechend einem Fülldruck von 6 bis 40 µ D_2. Die in (19) näher beschriebene Vorionisierung besteht aus zwei aufeinanderfolgenden Z-Stromimpulsen. Das in der Hauptentladung komprimierte Plasma läßt sich bis zu einer Dauer von 10 µs beobachten. Diese Zeit ist durch Endverluste gegeben.

a) Teilchendichte

Die radiale Dichteverteilung wird mit drei voneinander unabhängigen Meßmethoden bestimmt. Mach-Zehnder Interferogramme liefern über die Spulenlänge gemittelte Dichteprofile. (Verschiebung um 1 Streifenbreite entspricht einer Dichte von ca. 3 x 10^{15} cm^{-3}.) Lokale Dichteprofile werden mit einer ortsaufgelösten (10 Kanäle) Kontinuumsmessung bestimmt. Mit einem Interferenzfilter wird ein Band von 30 Å Breite bei einer Wellenlänge von 5230 Å ausgeblendet. Ebenfalls lokale Dichteprofile liefert die photometrische Auswertung von Bildwandler-Smearbildern. Hiermit wird die Intensität im Wellenlängenbereich von 4000 bis 5500 Å gemessen.

Nach der Stoßwellenkompression (ca. 0.3 µs) und der darauffolgenden adiabatischen Kompression ist die Dichte bei einem Radius von 0.5cm auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgefallen. Während der Zeit von 3 bis 9 µs nach Zuendung der Hauptentladung nimmt dieser Halbwertradius von 0.6 cm auf 0.4 cm ab. Der relative radiale Dichteverlauf ändert sich nur wenig mit dem Fülldruck und der Batterieenergie. In Abb. 1 ist der zeitliche Verlauf der Halbwertradien wiedergegeben. Es zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung der mit den drei beschriebenen Methoden gemessenen Werte. Außerdem erkennt man in Abb. 1, daß bei einer Batterieenergie von 2 bis 2.6 MJ die Halbwertsradien bei 12, 17 und 20 µ Fülldruck innerhalb der Meßgenauigkeit übereinstimmen.

Der Absolutwert der Dichte wird aus den Interferometermessungen ermittelt. Nur während der ersten 4 µs der Entladung erhält man reproduzierbare Ergebnisse. Die Dichte erreicht ihre Maximalwerte nach 4 bis 5 µs. Nach dieser Zeit wird die Entladung unreproduzierbar. Die zum Zeitpunkt 4 µs gemessene Dichte auf der Achse ist als Funktion der Fülldruckes in Abb. 2 wiedergegeben. Von einem Wert von $0.6 \times 10^{16} cm^{-3}$ bei 6 µs Fülldruck steigt diese Dichte linear mit dem Fülldruck an und erreicht den Wert $4.5 \times 10^{16} cm^{-3}$ bei 20 µs Fülldruck.

b) Elektronentemperatur

Mit Laser-Streumessungen unter 90° wurde die Elektronentemperatur bestimmt. Verwendet wurde ein 2-stufiger Rubinlaser mit ca. 200 MW Leistung. Für einen Fülldruck von 10 µ und bei einer Batterieenergie von 2 und 2.6 MJ zeigt Abb. 3 den zeitlichen Verlauf der Elektronentemperatur. Nach 2.5 µs erreicht diese ihren Maximalwert von 400 bis 450 eV. Zu späteren Zeiten fällt die Elektronentemperatur nahezu linear ab und erreicht nach 11 µs einen Wert von ca. 120 eV. Abgesehen von den ersten 2 µs beträgt der Unterschied der Elektronentemperatur zwischen 2 und 2.6 MJ Batterieenergie nicht mehr als 10%.

c) Ionentemperatur und β-Werte

Die Ionentemperatur wird aus der gemessenen Neutronenausbeute und der interferometrisch ermittelten Teilchendichte berechnet. Die

gemessene Neutronenausbeute ist in Abb. 4 in Abhängigkeit vom Fülldruck und der Batterieenergie dargestellt. Die maximale Neutronenausbeute von 8×10^8 wird erreicht bei voller Batterieenergie (2.6 MJ) und einem Fülldruck von 13 μ D_2. Messbare Neutronenausbeuten erhält man zwischen 6 μ und 20μ bei einer Batterieenergie ≥ 1.5 MJ. Die maximal erreichte Ionentemperatur (bei 2.6MJ, 10 μ D_2) beträgt 3.5 keV. In Abb. 5 sind die Eigenschaften des Plasmas bei den verschiedenen Entladungsbedingungen dargestellt. Aufgetragen sind die Ionentemperaturen als Funktion der Dichte auf der Achse. Der schraffierte Bereich überstreicht die im Experiment erreichten Plasmaparameter. Die Ionentemperaturen wurden im oben angegebenen Bereich aus der Neutronenausbeute berechnet. Die für eine Batterieenergie von 0.5 MJ und einem Fülldruck oberhalb 20 μ eingetragenen Ionentemperaturen wurden abgeschätzt aus dem Druckgleichgewicht. Die hierzu notwendige Kenntnis der Dichte wird der Interferometermessung (Abb. 2) entnommen. Durch Extrapolation dieser linearen Beziehung zwischen der Dichte und dem Fülldruck und durch Extrapolation der von dem Fülldruck und der Batterieenergie abhängigen β-Werte läßt sich die Ionentemperatur für eine Batterieenergie unterhalb 1.5 MJ bzw. einem Fülldruck oberhalb 20 μ berechnen. Wie der Abb. 5 zu entnehmen ist, läßt sich durch eine Erniedrigung des Fülldruckes von 40 auf 6μ und eine Erhöhung der Batterieenergie von 0.5 auf 2.6 MJ die Ionentemperatur von ca. 150 eV auf 4 keV erhöhen.

Die ebenfalls in Abb. 5 eingezeichneten Geraden geben die nach Spitzer berechneten Stoßzeiten für Ionen-Ionen-Stöße wieder. Es zeigt sich, daß diese Stoßzeiten von 0.01 μs bis nahezu 100 μs variiert wurden. Die erzeugten Plasmen sind daher bei kleinen Fülldrücken oder großen Batterieenergien stoßfrei und bei großen Fülldrucken oder kleinen Batterieenergien stoßdominiert. Entsprechend wurde die Anzahl der Freiheitsgrade bei der Berechnung der Ionentemperatur aus der Neutronenausbeute berücksichtigt. Für eine gegebene Neutronenausbeute erhält man eine umso größere Ionentemperatur bzw. mittlere Ionenenergie, je größer die Anisotropie der angenommenen Geschwindigkeitsverteilung ist. Man erhält einen nur geringen Unterschied für die Ionentemperatur, wenn man anstelle einer 2-dimensionalen Maxwellverteilung eine 3-dimensionale betrachtet. Dagegen führt die Annahme einer monoenergetischen Verteilung zu

mittleren Ionenenergien, welche um bis zu 50% größer sind als die in Abb. 5 eingetragenen Ionentemperaturen. Für Stoßzeiten oberhalb einiger µs gibt es experimentelle Hinweise dafür (23), daß die Abweichungen der Ionen-Geschwindigkeitsverteilung von einer Maxwellverteilung erheblich sind. Dies bedingt eine Unsicherheit für die bei großen Stoßzeiten angegebenen Temperaturen und für die Stoßzeiten selbst.

Aus der Ionentemperatur und dem Maximalwert der Dichte (d.i. n_A) erhält man β_A, d.i. der maximale Wert für β auf der Achse. Den Einfluß der Stoßfreiheit auf die Ionentemperatur und damit auf β_A zeigt die Abb. 6. Zu einem festen Zeitpunkt ist hier β_A (t = 3.5µs) als Funktion des Fülldruckes aufgetragen. Eine 2-dimensionale monoenergetische Verteilung führt zu wesentlich größeren Werten für β_A als eine 2-dimensionale oder eine 3-dimensionale Maxwellverteilung. Die beiden Maxwellverteilungen führen nur zu geringen Unterschieden für β_A. Berücksichtigt man die in Abb. 6 ebenfalls eingetragenen Stoßzeiten für Ionen-Ionen-Stöße (20 µs für 6 µ Fülldruck, < 1 µs für 15 µ Fülldruck), so erhält man für β_A Werte, welche für kleine Fülldrucke einer 2-dimensionalen monoenergetischen Verteilung und für große Fülldrucke einer isotropen Maxwellverteilung entsprechen. Damit wird für 6 µ Fülldruck $\beta_A \approx 0.35$, für 15 µ ist $\beta_A \approx 0.65$, und eine Extrapolation auf 20 µ ergibt $\beta_A \approx 0.8$. Für den Fülldruck von 10 µ ist in Abb. 7 bei verschiedenen Batterieenergien der zeitliche Verlauf von β_A wiedergegeben. Von 0.5 MJ bis 2.6 MJ zeigt sich keine deutliche Abhängigkeit von der Batterieenergie. Im Zeitintervall von 2 bis 9 µs nach der Zuendung fällt β_A von 0.45 auf 0.1.

d) Anisotropie und Relaxation

An Hand der nach Spitzer berechneten Stoßzeiten lassen sich die Plasmaparameter in 3 Bereiche aufteilen:

1. Stoßzeit $\ll$ 1 µs. Das Plasma verhält sich zu allen Zeiten der Entladung isotrop.
2. Stoßzeit $\approx$ 1 µs. Die gemessene Temperaturanisotropie (24) läßt sich mit der Annahme einer "elliptischen" Maxwellverteilung erklären (19). Ebenso wird die Relaxation der Ionen mit den

Elektronen und den Ionen erklärt, wenn man eine Elektronentemperatur von 300 bis 400 eV annimmt.

3. Stoßzeit $\gtrsim$ 10 µs. Die Neutronenmessungen ergeben eine starke Temperaturanisotropie. Im Bereich von 3 bis 6 µs nach Zuendung der Entladung wird eine Relaxation beobachtet, welche weit über der durch Stöße erklärbaren liegt. Verantwortlich für diese Relaxation sind die in diesem Stoßzeitbereich auftretenden Spiegelinstabilitäten, deren Untersuchung in (22) ausführlich beschrieben wird.

III. Diagnostik und Batterieparameter beim Bumpexperiment

Die Stabilität des Plasmas wurde im wesentlichen mit optischen Messungen untersucht. Mit zwei Bildwandlern läßt sich die Bewegung des Plasmas im Bauchquerschnitt (z = 0) und an der Übergangsstelle zum zylindrischen Teil der Spule (z = 15 cm) beobachten. Aus stereoskopischen Messungen wird die räumliche Bewegung ermittelt. Zur Bestimmung radialer Dichteprofile wurden die Bildwandlermessungen relativ geeicht. Die 10-Kanal Kontinuumsmessung wurde absolut geeicht und liefert absolute Dichtewerte und radiale Profile. Hiermit wurden Messungen an verschiedenen z-Stellen durchgeführt. Weitere Dichtewerte und Profile wurden aus den Interferometermessungen gewonnen. Zur Messung der Neutronenausbeute diente ein Silberzähler. An vier von der Mitte der Spule bis zu einem Ende verteilten z-Stellen wurde mit Szintillationszählern der zeitliche Verlauf der Neutronenemission gemessen.

Der überwiegende Teil der Bump-Experimente wurde durchgeführt mit einem Fülldruch von 10 µ und 20 µ und mit einer Batterieenergie von 0.5 MJ und 1.5 MJ. Diesen Energien entsprechen 2/6 und 6/6 der gesamten Batterie bei einer Ladespannung von 30 kV. Wenige Messungen wurden auch bei höherem Fülldruck (40µ) bzw. höherer Ladespannung (40 kV) durchgeführt. Genauer untersucht wurden die folgenden Parametersätze (Fülldruck, Batterieenergie): A (10 µ, 1.5 MJ), B (10µ, 0.5 MJ) und C (20 µ, 0.5 MJ).

IV. Ergebnisse

Die experimentellen Ergebnisse lassen sich nicht in einfacher Weise mit der Theorie der Instabilitäten interpretieren. Es werden daher zunächst die sich aus den Messungen ergebenden Plasmaparameter angegeben, soweit sie für das Bump-Experiment wesentlich sind. Danach wird das Verhalten des Plasmas phenomenologisch beschrieben. Eine Deutung dieser Experimente im Rahmen der Stabilitätstheorie wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

1) Dichteprofile und β-Werte

Radiale Dichteprofile wurden bei z = 0 und bei z = 15 cm durchgeführt. Die Halbwertsbreiten der Dichteprofile, welche mit verschiedenen Methoden (Interferometer, 10-Kanal-Kontinuum, Bildwandler-Photometrie) gemessen wurden, stimmen innerhalb ihrer Fehlergrenzen überein (Siehe Abb. 1). Bezeichnet man den Halbwertsradius im Bauch (z = 0) mit r_B und im Hals, d.h. zylindrischen Spulenteil (z = 15cm) mit r_H, so läßt sich die relative Welligkeit des Plasmas definieren durch die Abweichung dieses Radiusverhältnisses von 1:

$$2\delta = r_B/r_H - 1 .$$

Die gemessenen Werte für δ zeigen im Zeitintervall von 2 bis 8 µs lediglich statistische Schwankungen. Als Mittelwerte ergeben sich für die Parametersätze A, B und C folgende Werte:

A (10µ, 1.5 MJ) : δ = 0.49,
B (10µ, 0.5 MJ) : δ = 0.43,
C (20µ, 0.5 MJ) : δ = 0.68.

In der Tabelle 2 sind diese δ - Werte zusammen mit den Werten für die Ionentemperatur, die Elektronentemperatur und Beta auf der Achse eingetragen. Als zeitliche Mittelwerte für diese Plasmadaten werden die Werte zur Zeit t = 4 µs gewählt. Das ist ungefähr die Hälfte der Zeit bis zum Strommaximum. Die max. Neutronenausbeute wurde bei t = 4µs gemessen. Hieraus wurden T_i und β_A zu diesem Zeitpunkt ermittelt.

2) Phenomenologische Beschreibung

Die Beobachtungen am Bump-Plasma lassen sich in zwei verschiedenen Zeitskalen beschreiben: die dynamische Phase ($\approx$ 1 µs) und das

Stabilitätsverhalten (t = 2 ... 10 µs). Die dynamische Phase wird wesentlich bestimmt durch die Anfangsbedingungen und Rotations-Unsymmetrien. Das Stabilitätsverhalten läßt sich durch schwache Feldverformungen empfindlich beeinflussen.

a) Dynamische Phase

Es ist eine Frage, wie das gewellte Plasma während der schnellen Theta-Pinch-Kompression erzeugt werden soll. (In toroidaler Geometrie wird diese Frage wegen der Drift sehr wichtig) Mit der geformten Spulenoberfläche ist das Magnetfeld im Bauch zu allen Zeiten ein fester Bruchteil des Feldes im zylindrischen Spulenteil (ca. 45% im Vakuum). Durch Auffüllen der Spulenwellung mit Graphit läßt sich wegen der endlichen Eindringzeit des Magnetfeldes ein "verzögertes" Einschalten des Bump erreichen. Zu diesem Zweck wurde im Bauchquerschnitt eine 0.5 cm dicke Graphitscheibe ($\sigma = 0.021 \times 10^4 (\Omega\,cm)^{-1}$) angebracht. Ohne und mit Graphitscheibe zeigte sich kein meßbarer Einfluß auf die Plasmaparameter. Insbesondere änderte sich die Welligkeit des Plasmas nicht. Ohne Graphitscheibe ließ sich jedoch stets während der ersten 3 µs eine Bewegung des Plasmas mit konstanter Geschwindigkeit beobachten. Die Geschwindigkeit betrug 0.6 cm/µs. Die in (20, 21) untersuchte Störung der Rotationssymmetrie kann hierfür verantwortlich gemacht werden, wenn man annimmt, daß das Plasma zu frühen Zeiten der Kompression einen Inpuls in der beobachteten Richtung erhält. Diese Störung ist maximal bei großem Plasmaradius und bewirkt einen Impuls in der beobachteten Richtung. Mit Graphitscheibe ließ sich dieser Impuls vermeiden, wie die Abb. 8 zeigt. Modellmessungen mit der Graphitscheibe zeigen, daß das stationäre Magnetfeldverhältnis bis auf 10 % nach 0.4 µs erreicht wird. Etwa die gleiche Zeit benötigt das Plasma bis zur 1. maximalen Kompression. Diese Eindringzeit genügt offenbar, um den störenden Einfluß der Rotationsunsymmetrien auf das Plasma zu vermeiden.

b) Stabilitätsverhalten

Bildwandleraufnahmen zeigen die Bewegung und das Stabilitätsverhalten des Plasmas, welche bis zu 8.5 µs nach der Zündung der Hauptentladung untersucht wurden. Die überwiegende Mehrzahl der Entladungen zeigt eine mehr oder weniger reproduzierbare m = 1 Bewegung des Plasmas, bei welcher das Plasma nach wenigen µs die Wand berührt. An Hand der drei

ausgewählten Parametersätze A, B und C soll das beobachtete Plasmaverhalten näher beschrieben werden.

Für die Entladungsparameter A (10 µ, 1.5 MJ) zeigt die Abb. 9 vier Beispiele für die Bewegung des Plasmas im Bauchquerschnitt während der ersten 8.5 µs. Die m = 1 Bewegung ist irreproduzierbar und läßt sich nicht einheitlich durch eine exponentiell anwachsende Instabilität beschreiben. Bei drei der wiedergegebenen Smear-Aufnahmen berührt das Plasma die Gefäßwand. Der Zeitpunkt der Wandberührung ist unterschiedlich: 2.5, 6 und 8.5 µs. Die aus der Bewegung ermittelten Anwachszeiten schwanken dementsprechend zwischen 1 und 4 µs. In einem der gezeigten Beispiele (Abb. 9, unten rechts) läßt sich eine schwingende Bewegung beobachten, welche bis zum Ende der Beobachtungszeit (8.5 µs) nicht zur Wandberührung führt. Dies relativ stabile Verhalten konnte jedoch nicht reproduziert werden. Bei einer Serie von Entladungen unter gleichen Bedingungen wurde durchweg eine Wandberührung beobachtet, wie es die anderen Beispiele der Abb. 9 zeigen.

Bei dem Parametersatz B (10 µ, 0.5 MJ) zeigte sich eine ähnlich irreproduzierbare Bewegung des Plasmas. Auch hier schwanken die Anwachszeiten zwischen 1 µs und > 4 µs. In jedem Fall aber war das Plasma instabil. Auch der Einfluß der Graphitscheibe beeinflußte die m = 1 Bewegung nicht deutlich. Es wurde versucht, die Bewegung des Plasmas durch kleine Veränderungen des magnetischen Feldes zu beeinflussen. Durch den Kollektor und die großflächige Eisenkonstruktion des Mach-Zehnder-Interferometers ist die Rotationssymmetrie des Streuflusses gestört. Damit wird auch das Feld im Innern der Spule gestört und ist nicht mehr rotationssymmetrisch. Durch Anbringen von Cu-Blechen verschiedener Gestalt an den Enden der Spule (s. Abb.10) ließ sich die Bewegung des Plasmas beeinflussen. Die Abb. 10 zeigt die Bewegung des Plasmas bei z = 0 und z = 15 cm in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld. In allen drei Beispielen ist bis zu 2.5 µs deutlich die von der dynamischen Phase herrührende Bewegung vom Kollektorschlitz zu beobachten. (Diese Versuche wurden ohne Graphitscheibe durchgeführt.) Im Bauchquerschnitt bewegt sich das Plasma bis zu einigen cm von der Achse fort. Nach dieser Zeit (2.5µs) wird die Bewegung irreproduzierbar. Mit ebenen Blechen (Abb. 10, links) zeigen verschiedene Entladungen das gleich instabile Verhalten. Ohne Bleche (Abb. 10, Mitte) gibt es einige Entladungen, bei denen das

Plasma bis zu 8 µs die Wand nicht berührt. Wird das Blech zu einem Kasten geformt (Abb. 10, rechts), so zeigt die Mehrzahl der Entladungen eine Rotationsbewegung des Plasmas, welche bis zu 8µs nicht zur Wandberührung führt. Bei z = 15 cm ist eine ähnliche Plasmabewegung mit wesentlich kleinerer Amplitude zu beobachten. Durch kleine Veränderungen des Magnetfeldes läßt sich also erreichen, daß das Plasma während der Beobachtungszeit (8 µs) nicht die Wand berührt. Es ist jedoch bedenklich, dieses Verhalten als stabil zu bezeichnen. Dies wird der noch zu diskutierende Einfluß der Spulenenden deutlich machen.

Die Wahl der optimalen Größe und Form der Korrekturbleche zeigte sich abhängig von den Entladungsparametern. So ließ sich bei dem Parametersatz C (20 µ, 0.5 MJ) der Zeitpunkt der Wandberührung empfindlich beeinflussen durch Cu-Bleche, welche an der Unterseite der Spule angebracht waren (siehe Abb. 11). Ohne Korrekturbleche (L = 0) bewegt sich das Plasma nach oben und erreicht nach 4 µs die Wand. Mit Korrekturblechen der Länge L = 7 cm berührt das Plasma erst nach 8 µs die obere Glaswand. Durch eine Verlängerung der Korrekturbleche auf 8 cm läßt sich ein verhältnismäßig stabiles Plasmaverhalten erreichen. Während der Beobachtungszeit von 8 µs berührt das Plasma nicht die Wand (Abb. 11, Mitte). Weitere Entladungen unter diesen Bedingungen zeigen jedoch eine erkennbare Bewegung des Plasmas auf die Wand zu. Eine weitere Verlängerung der Bleche um nur 1 cm auf L = 9 cm kehrt die Bewegungsrichtung des Plasmas um. Das Plasma erreicht nach 7 µs die untere Glaswand. Eine noch weitere Verlängerung der Bleche verkürzt die Zeit bis zur Wandberührung wieder, wie das Beispiel für L = 12 cm in Abb. 11 zeigt. Berechnet man auch hier wieder aus der Plasmabewegung eine Anwachszeit, so ergibt sich für die überwiegende Zahl der Entladungen ein Wert zwischen 1 und 1.5 µs, unabhängig von der Länge der Korrekturbleche. Lediglich bei L = 8 cm gibt es einige Entladungen, bei denen die Amplitude der Plasmabewegung während der Beobachtungszeit so klein ist, daß sie keine Bestimmung einer Anwachszeit zuläßt.

V. Stabilitätstheorie unter Berücksichtigung der Spulenenden und der Wand

Die Bewegungsgleichung des Plasmas wird in (14) als Euler-Lagrangesche Differentialgleichung aus dem kinetischen Potential abgeleitet. Unter der Voraussetzung eines kastenförmigen Druckprofils und vorausgesetzt, daß sich alle z-abhängigen Größen über eine Strecke von der Größenordnung eines Plasmaradius nur wenig ändern ($r \frac{d}{p dz} \ll 1$), erhält man für die Auslenkung $\xi(z,t)$:

$$4\pi r_p^2 \varrho \ddot{\xi} = \frac{d}{dz}\left\{(2-\beta+\alpha)\, B^2 r_p^2 \frac{d\xi}{dz}\right\} + \left\{4B^2\left(-\frac{dr}{dz}\, p\right)^2\left[1-\beta^2+\frac{\alpha}{2}\beta(3-2\beta)\right] - 2B^2 r \frac{d^2 r}{p dz^2 p}\left[1-\beta-\frac{\alpha}{2}(2\beta-1)\right]\right\}\xi$$

r_p, ϱ = Radius und Massendichte des Plasmas, $\alpha = 2r_p^2/(r_W^2 - r_p^2)$ enthält den Einfluß einer leitfähigen Wand beim Radius r_W, deren stabilisierender Effekt hier zusätzlich untersucht wird. Durch die Annahme des Druckgleichgewichtes an der Oberfläche des Plasmas, der Erhaltung des magnetischen Flusses im Innern des Plasmas und der Definition von β, lassen sich $\beta(z)$ und $B(z)$ durch $r_p(z)$ und ihre Werte β_o B_o und r_{po} im geraden Spulenteil beschreiben.

Das Plasma habe in der Mitte der Spule eine einzelne Ausbuchtung der relativen Amplitude δ und der Wellenlänge L:

$$r_p(z) = r_{po}\,(1 + \delta\,(1 + \cos 2\pi z/L)) \quad \text{für} \quad z \leq L/2,$$

$$r_p(z) = r_{po} \quad \text{für} \quad z > L/2.$$

Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung wurden zwei voneinander unabhängige Wege beschritten:

1) Anfangswertproblem. Zur Zeit t = 0 werden $\xi(z)$ und $\dot{\xi}(z)$ vorgegeben. Durch numerische Integration der Bewegungsgleichung erhält

man die detaillierte Funktion ξ (z) zu allen Zeiten. Aus dem zeitlichen Verlauf der Amplitude ξ (O) läßt sich die Anwachsrate einer Instabilität bestimmen.

2. Eigenwertproblem. Durch den Ansatz ξ (z,t) = ξ (z) exp($i\omega t$) wird aus der Bewegungsgleichung eine Eigenwertgleichung. ξ (z) ist die zu dem Eigenwert ω^2 gehörige Eigenfunktion. Hier erhält man den Eigenwert direkt, nicht dagegen das detaillierte Verhalten der Funktion ξ (z).

Das Stabilitätsverhalten wurde für eine endliche Spulenlänge Λ = 150cm untersucht. Angenommen wurde, daß das Plasma an den Enden der Spule festgehalten wird: ξ ($\pm\Lambda/2$) = O. Dies ist der größtmögliche stabilisierende Einfluß der Spulenenden. Alle anderen (und mathematisch komplizierteren) Annahmen schwächen den Endeffekt. Dies muß bei der Interpretation der Experimente berücksichtigt werden.

Bei dem Lösungsweg 1 zeigt sich, daß eine lokale Störung mit der Geschwindigkeit $V_{m=1} = \sqrt{2-\beta}\, V_A$ (V_A = Alvengeschwindigkeit) in z-Richtung wandert. Der Endeffekt macht sich nach einer Zeit $\Lambda/V_{m=1}$ (= Laufzeit von der Mitte der Spule zu den Enden und zurück) in der Mitte bemerkbar.

Als Ergebnis der numerischen Rechnungen ist in Abb. 12 die dimensionslose Anwachsrate $\omega L/2V_{m=1}$ als Funktion der relativen Wellung δ wiedergegeben. Die Gerade gibt die für kleine δ in (14) hergeleitete analytische Beziehung $\omega \sim \delta^2$ wieder. Ohne End- und ohne Wandeinfluß ($\Lambda, r_w \to \infty$) ergibt sich eine Anwachsrate, welche mit wachsendem δ zunehmend hinter der analytischen Näherung zurückbleibt. Dies ist zu verstehen, wenn man bedenkt, daß β im Bauch mit wachsendem δ sehr rasch gegen 1 geht; wäre überall β = 1, so wäre die Anwachsrate Null. Der stabilisierende Endeinfluß alleine (Λ = 150cm, $r_W \to \infty$) bewirkt für große δ eine geringe Dämpfung der Anwachsrate. Für kleinere δ ($\delta \lesssim$ 0.5) fällt die Anwachsrate stark ab. Es gibt einen kritischen (von β_o abhängigen) δ -Wert, unterhalb dessen das Plasma stabil ist. Die Wandstabilisierung ($\Lambda \to \infty$, r_W/r_{po} = 8.3) hingegen wird wegen ihrer starken Abhängigkeit von β für große δ spürbar. Hier gibt es ein kritisches δ, oberhalb dessen das Plasma stabil ist. Beide Effekte zusammen bestimmen einen δ -Bereich, innerhalb dessen das Plasma instabil ist.

Dieser Bereich wird mit zunehmendem β_o kleiner.

VI. Diskussion

Im oberen Teil der Tabelle 2 sind die gemessenen Plasmadaten für die drei untersuchten Entladungsbedingungen zusammengestellt. Hierfür wurden der für die Endstabilisierung kritische δ -Wert δ_{crit}, die Kommunikationszeit mit den Enden $\Lambda / v_{m=1}$, und die Anwachszeit $1/\omega$ ohne End- und Wandstabilisierung berechnet und in der Tabelle 2 aufgeführt.

Für die Entladungsparameter A und B stimmen die gemessen δ -Werte innerhalb von 10% (d.i. nicht mehr als der Meßfehler) mit δ_{crit} überein. Die Kommunikationszeit mit den Enden ist nur um 50% größer als die ungestörte Anwachszeit. Demnach sollte das Plasma in diesen Fällen durch die Enden stabilisiert werden. Wie die Abb. 9 (Entladungsparameter A) und Abb. 10 (Entladungsparameter B) zeigen, gibt es auch tatsächlich Entladungen, bei denen das Plasma bis zu einer Zeit von 8µs die Wand nicht berührt. Die meisten Entladungen zeigen jedoch eine m = 1 Bewegung des Plasmas, welche bis zur Wandberührung führt. Zur Erklärung dieses Verhaltens müssen zwei Effekte berücksichtigt werden. Einmal werden die Amplituden einer durch die Enden stabilisierten Plasmabewegung durch die Amplituden der Anfangsstörung bestimmt. Diese Anfangsstörungen sind z.T. irreproduzierbar oder durch die Veränderung des Streuflusses (Abb. 10) beeinflußbar. Ungünstige Anfangsstörungen (ξ und $\dot{\xi}$) führen daher während des Zeitablaufes der Entladung zu Amplituden, die den Gefäßradius erreichen können. Zum anderen hängt die Anwachsrate in der Nähe der Stabilitätsgrenze (δ_{crit}) sehr empfindlich von δ ab, wie die Abb. 12 zeigt. Durch kleine irreproduzierbare Änderungen von δ kann daher das Plasma trotz der Endeffekte instabil werden. Ein Beispiel hierfür zeigt die Abb. 9, oben links.

Für die Entladungsparameter C ist der gemessene δ -Wert um 50% größer als δ_{crit}. Die Kommunikationszeit mit den Enden ist doppelt so groß wie die ungestörte Anwachszeit. Hier reicht der Endeffekt theoretisch nicht aus, das Plasma zu stabilisieren. Die Mehrzahl der Entladungen zeigte auch ein instabiles Verhalten mit einer Anwachszeit von 1 bis 1.5 µs. Durch geringfügige Änderungen des

Streuflusses (Abb. 11) läßt sich die Anfangsstörung des Plasmas und damit die Bewegungsrichtung der Instabilität festlegen. Durch geeignete Beeinflussung des Steuflusses ließ sich sogar erreichen, daß das Plasma während der ersten 8 µs nicht die Wand berührte.

Die Wandstabilisierung spielt bei den Entladungsparametern A und B keine Rolle. Es sind β_A und δ zu klein, als daß β im Bauch in die Nähe von 1 kommen könnte. Bei dem Parameter C jedoch ist $\beta_A = 0.8$ und $\delta = 0.68$. Diese Werte sind groß genug, um eine Stabilisierung durch die Spulenwand zu bewirken. Die numerischen Rechnungen ergeben für diesen Fall gerade Stabilität. Allerdings wurden diese Rechnungen für ein stufenförmiges Druckprofil (nur Oberflächenströme) durchgeführt. Die Wandstabilisierung hängt aber bei gegebenem β_A kritisch von der Form des radialen Profils im zylindrischen Spulenteil ab. Ein diffuses Profil ist weniger stabil als ein stufenförmiges Profil (9). Detaillierte Stabilitätsrechnungen für ein diffuses Profil liegen aber nicht vor. Es hängt damit die Stabilität des Plasmas beim Parametersatz C kritisch vom Druckprofil und von β_A ab.

Die beschriebenen Experimente zeigen ein durch die Spulenenden stabilisiertes Plasma. Die Wellungsamplitude des Plasmas und β_A sind jedoch unglücklicherweise gerade derart, daß das Plasma auf der Grenze zwischen Instabilität und Stabilität liegt. Auch die Wandstabilisierung kommt bei großem β_A ins Spiel. Die ungehinderte Ausbildung einer m = 1 Instabilität läßt sich nur an einer längeren Spule untersuchen. Für eine eindeutige Stabilisierung durch die Enden wären weitere Experimente mit wesentlich kleinerem δ oder einer kürzeren Spule nötig.

Wir danken Frau M. Croci und Herrn W. Schneider für ihre Hilfe bei der Durchführung und Programmierung der numerischen Rechnungen zur Stabilität, Herrn U. Seidel für seine Mithilfe bei den Experimenten und Herrn F. Hartz für die Durchführung der Feldmessungen am Analogmodell.

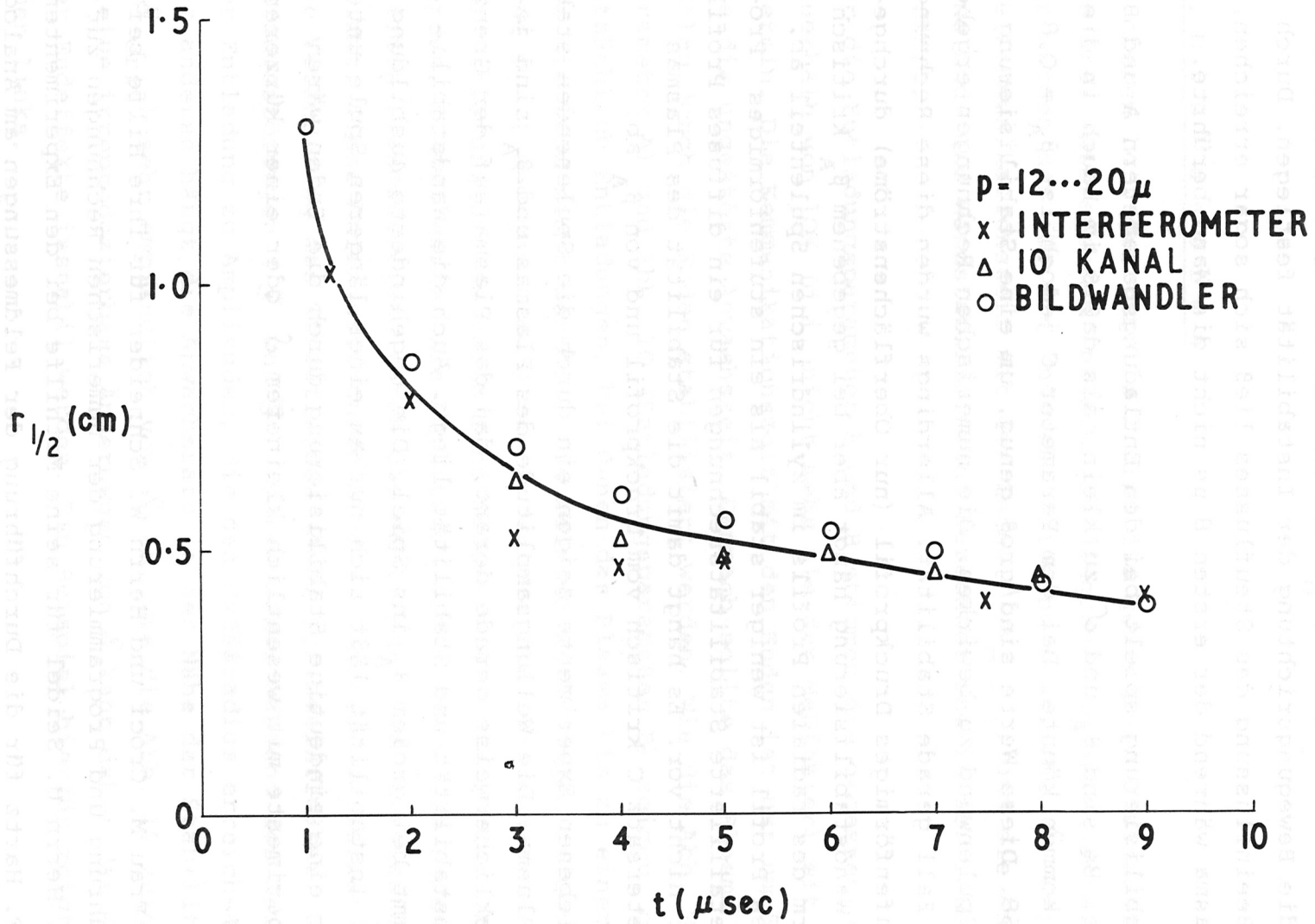

Abb. 1 Halbwertsbreite der Dichteprofile als Funktion der Zeit. $r_{1/2}$ ist der Radius, bei welchem die Dichte auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgefallen ist.

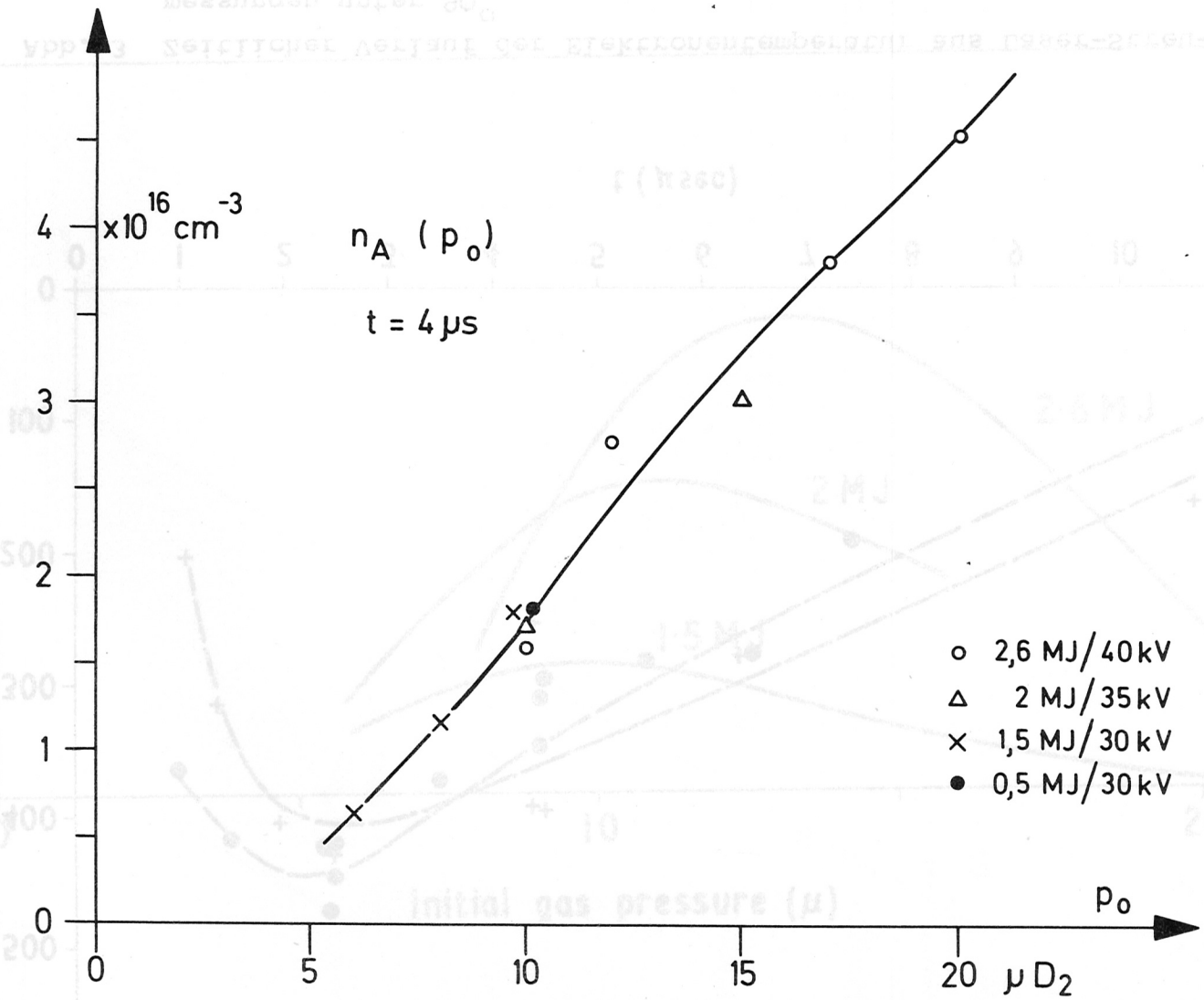

Abb. 2 Dichte auf der Achse als Funktion des Fülldruckes, gemessen mit dem Mach-Zehnder Interferometer.

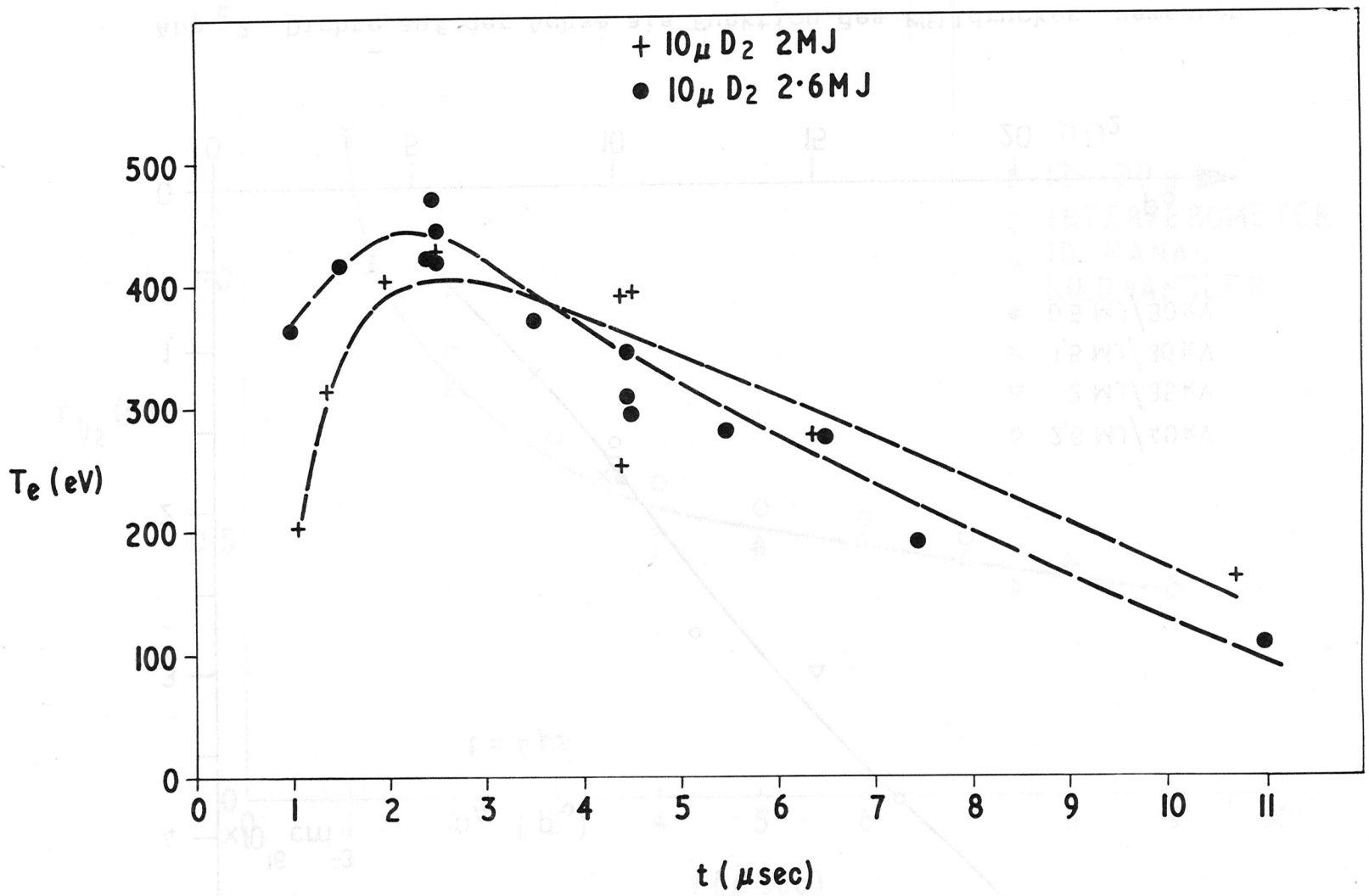

Abb. 3 Zeitlicher Verlauf der Elektronentemperatur aus Laser-Streumessungen unter 90°.

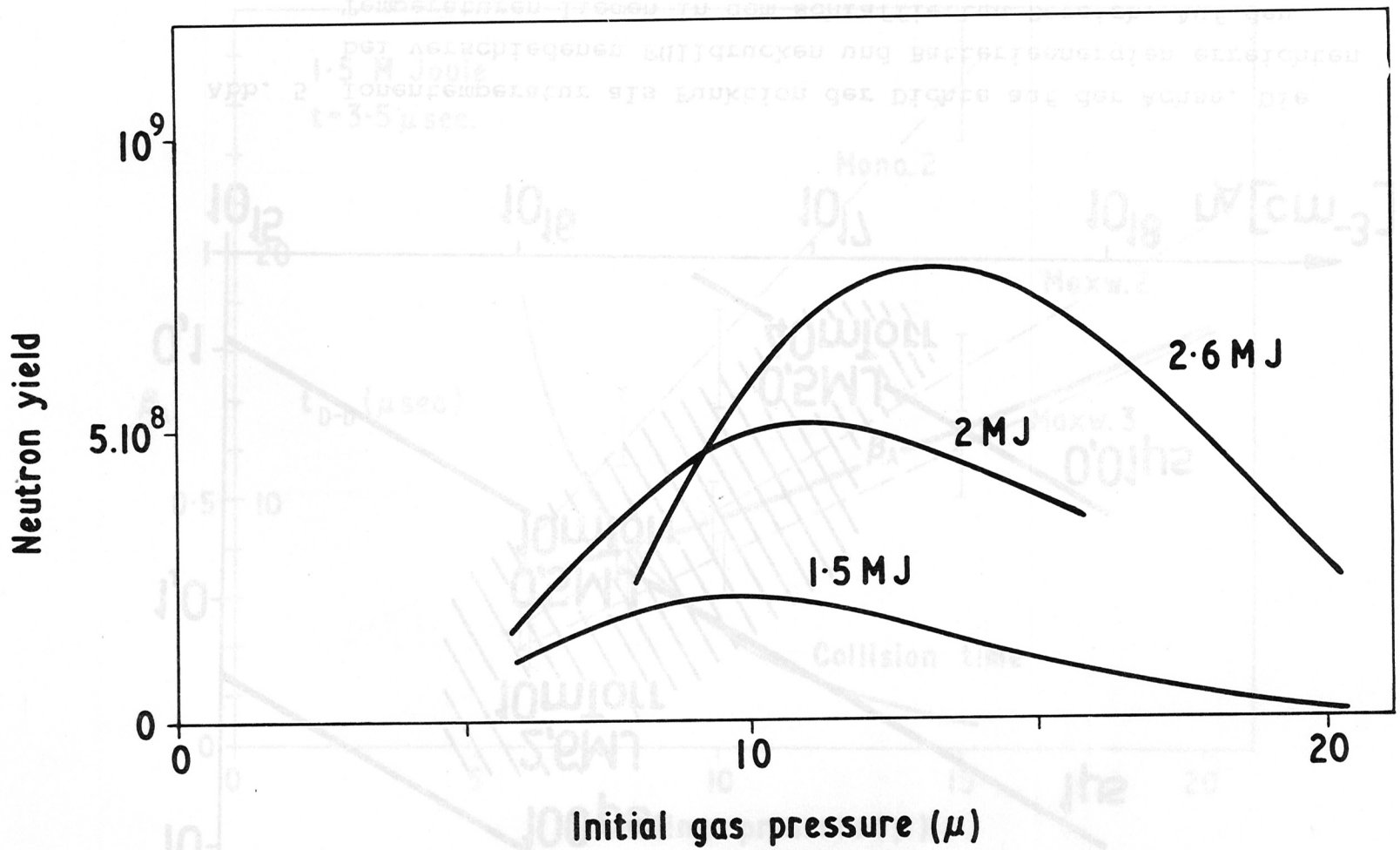

Abb. 4 Neutronenausbeute als Funktion des Fülldruckes bei verschiedenen Batterieenergien.

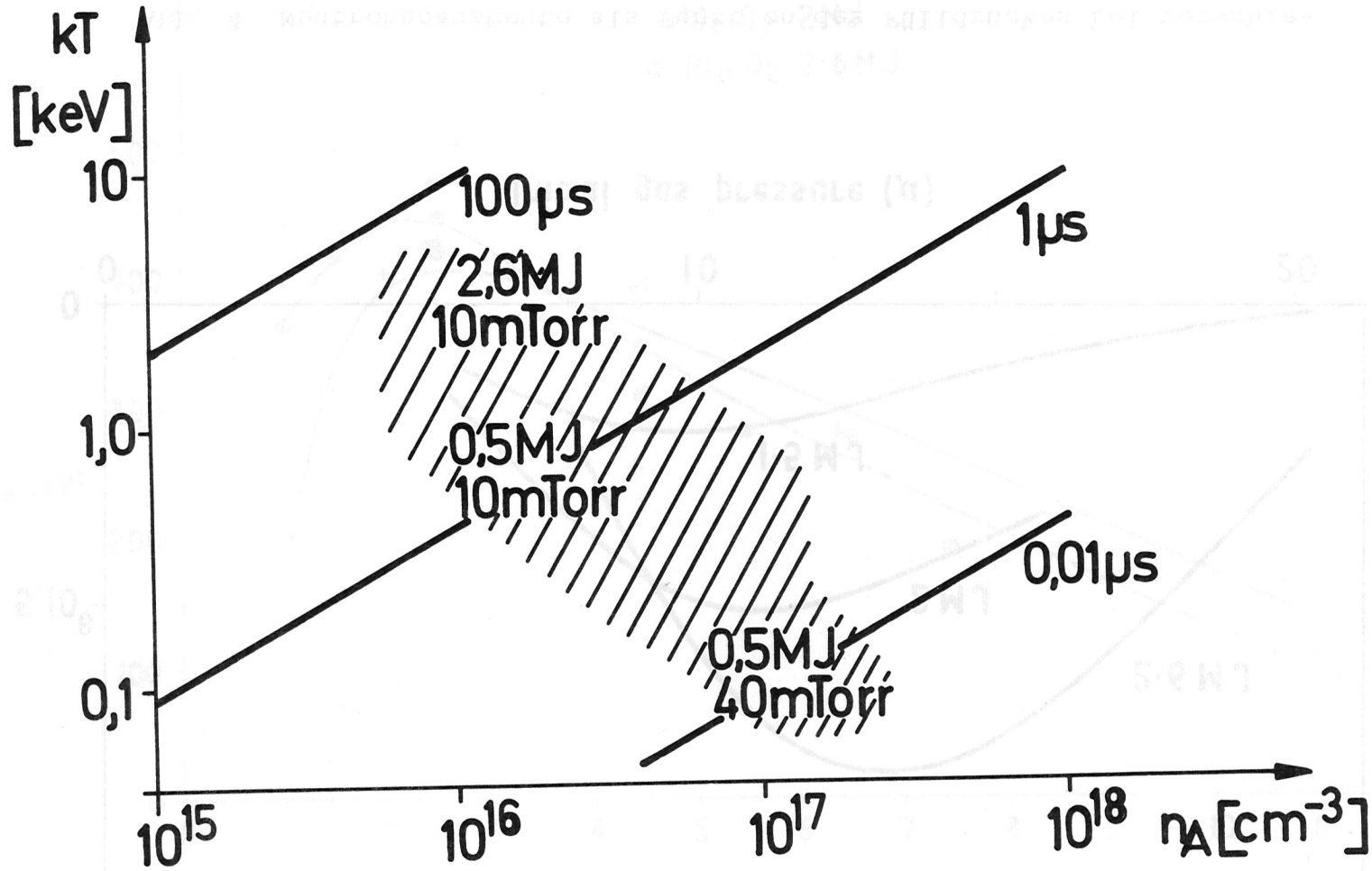

Abb. 5 Ionentemperatur als Funktion der Dichte auf der Achse. Die bei verschiedenen Fülldrucken und Batterieenergien erreichten Temperaturen liegen in dem schraffierten Bereich. Auf den eingezeichneten Geraden sind die nach Spitzer berechneten Ionen-Ionen Stoßzeiten konstant.

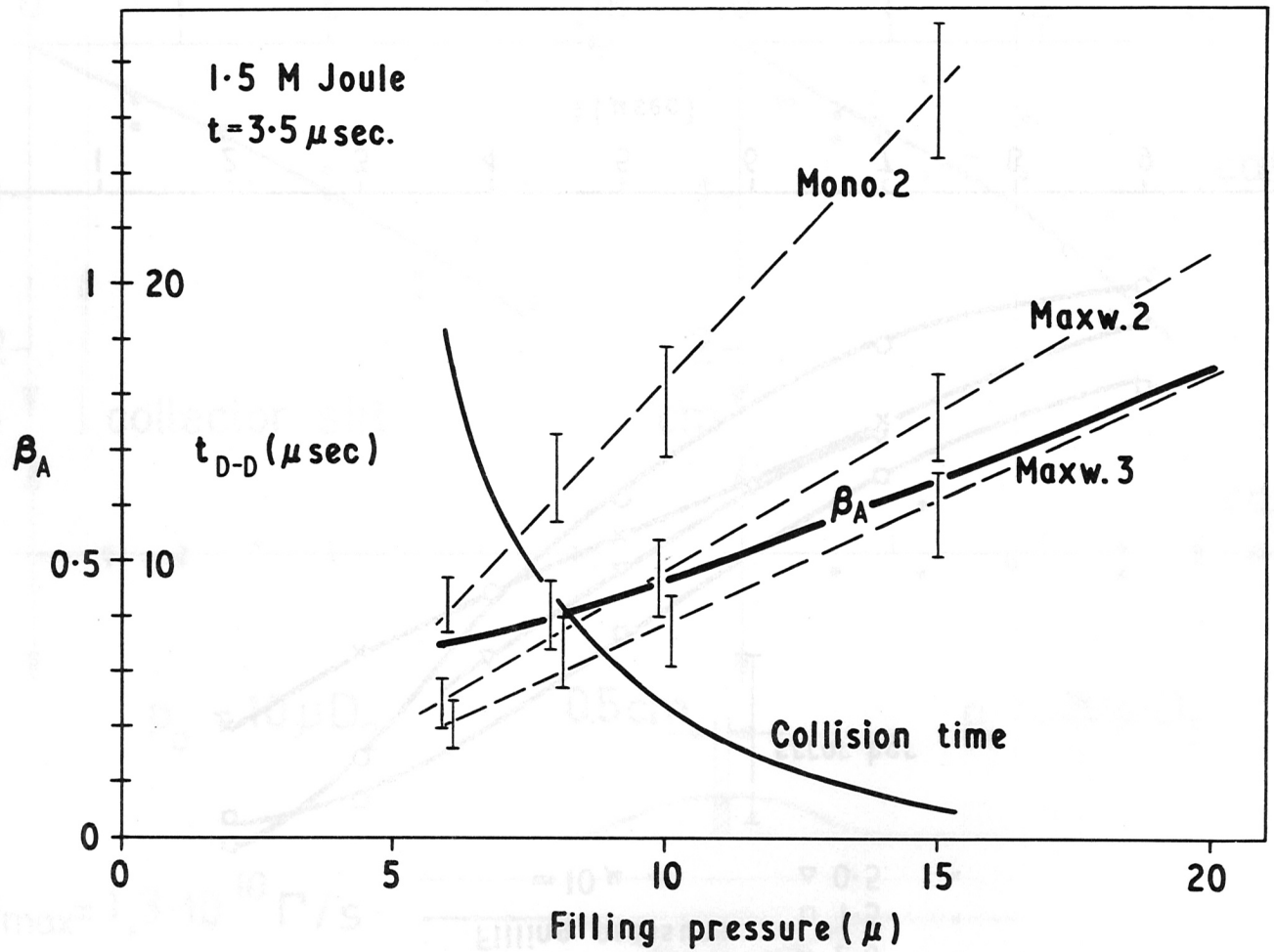

Abb. 6 β_A zur Zeit t = 3.5 μs als Funktion des Fülldruckes. Die Variation der Ionen-Ionen Stoßzeiten führt zu verschiedenen Annahmen für die Ionen-Geschwindigkeitsverteilung.

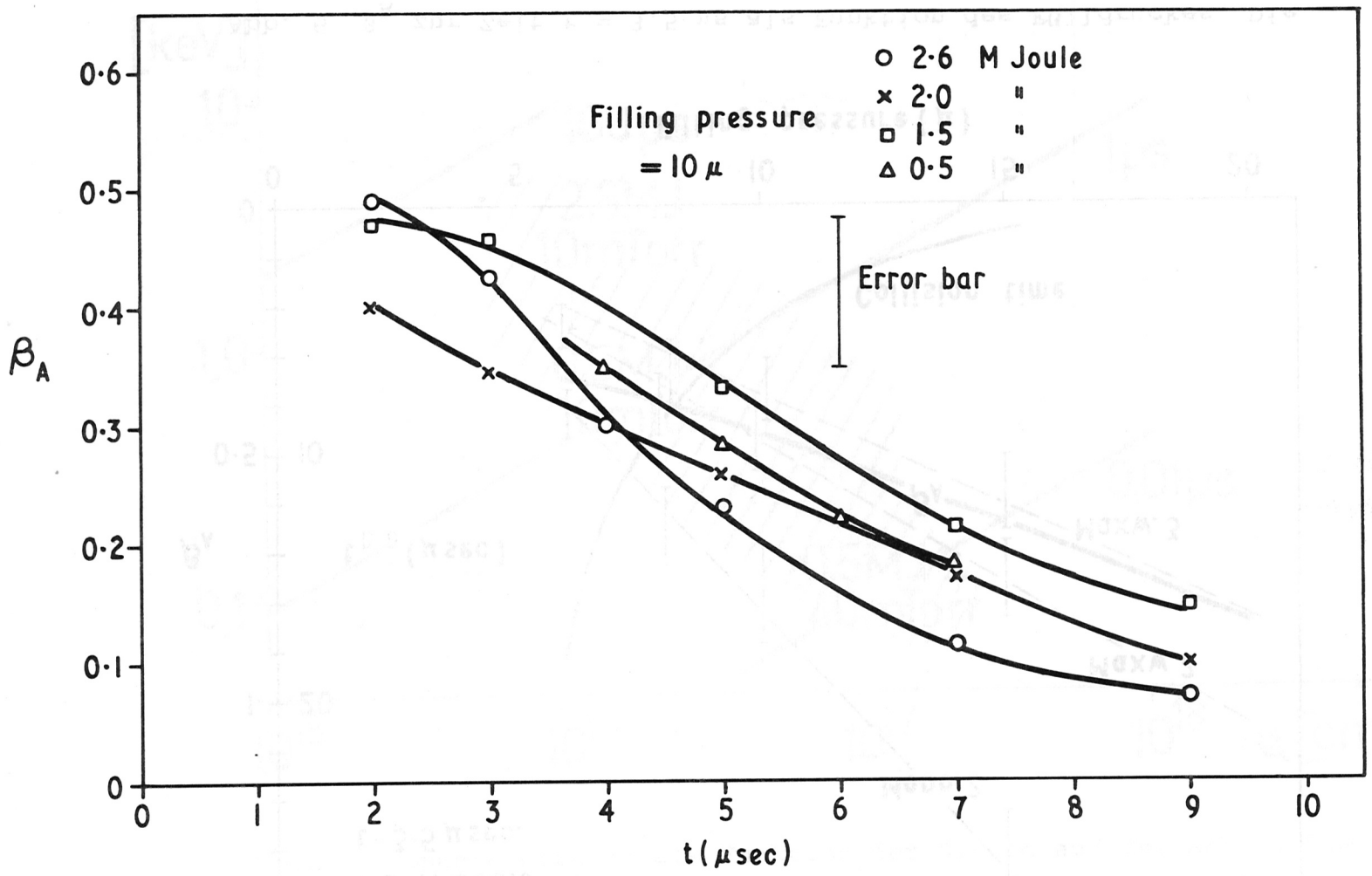

Abb. 7 Maximalwert von β (auf der Achse) als Funktion der Zeit bei einem Fülldruck von 10 μ und verschiedenen Batterieenergien.

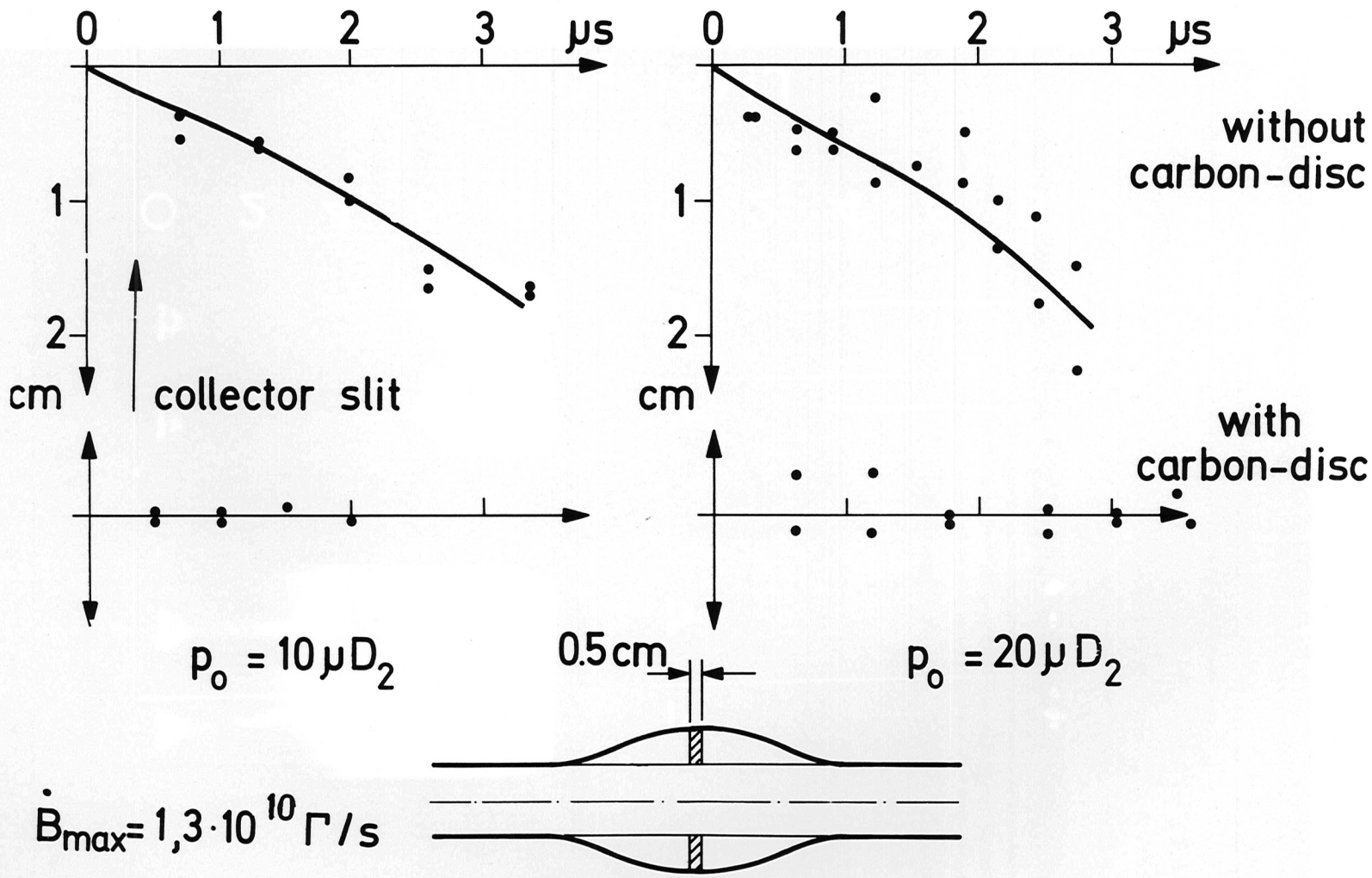

Abb. 8 Einfluß der Graphitscheibe auf die dynamische Phase.

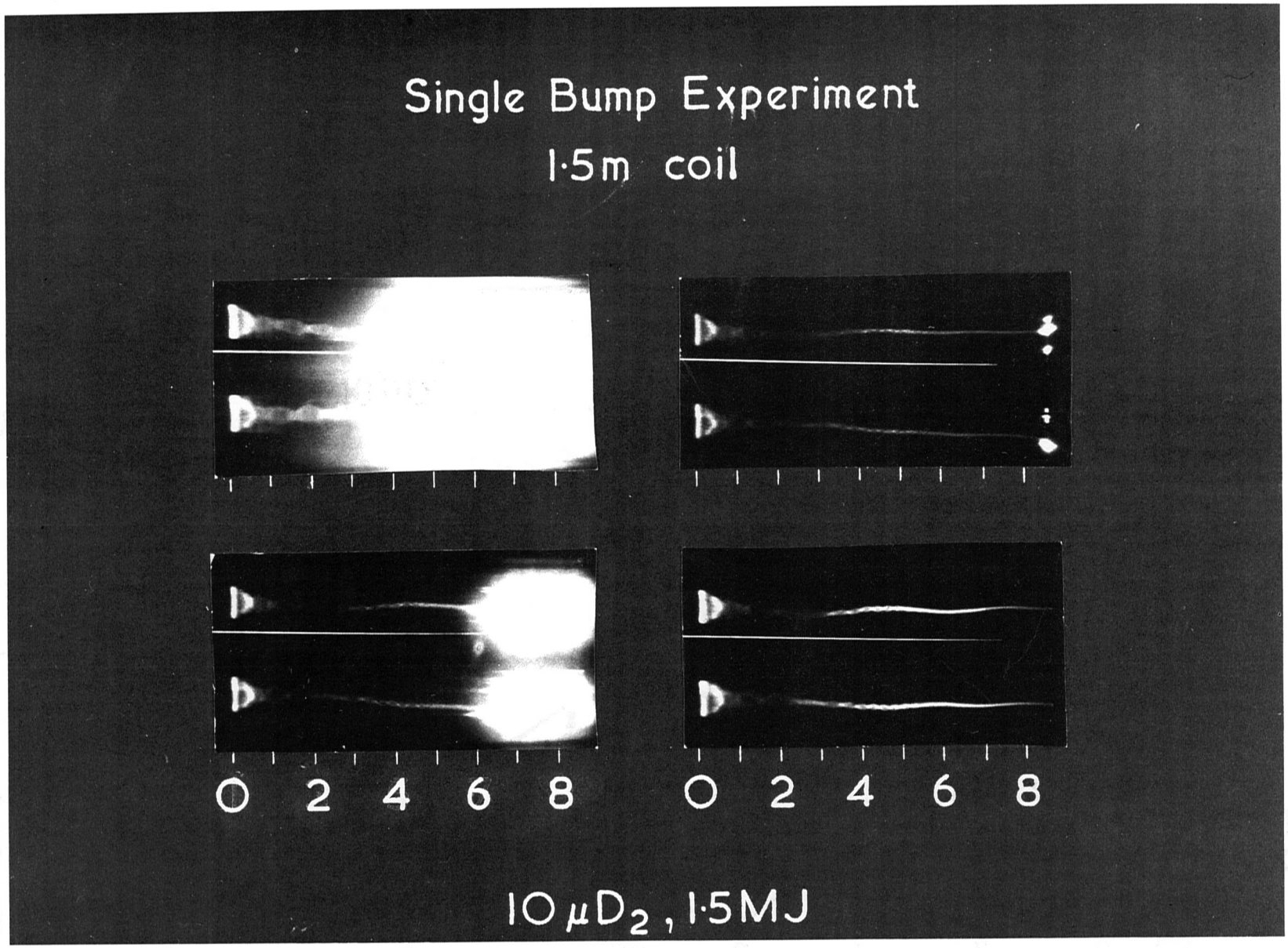

Abb. 9 Bewegung des Plasmas im Bauchquerschnitt für die Entladungsparameter A (10 μ D_2, 1.5 MJ).

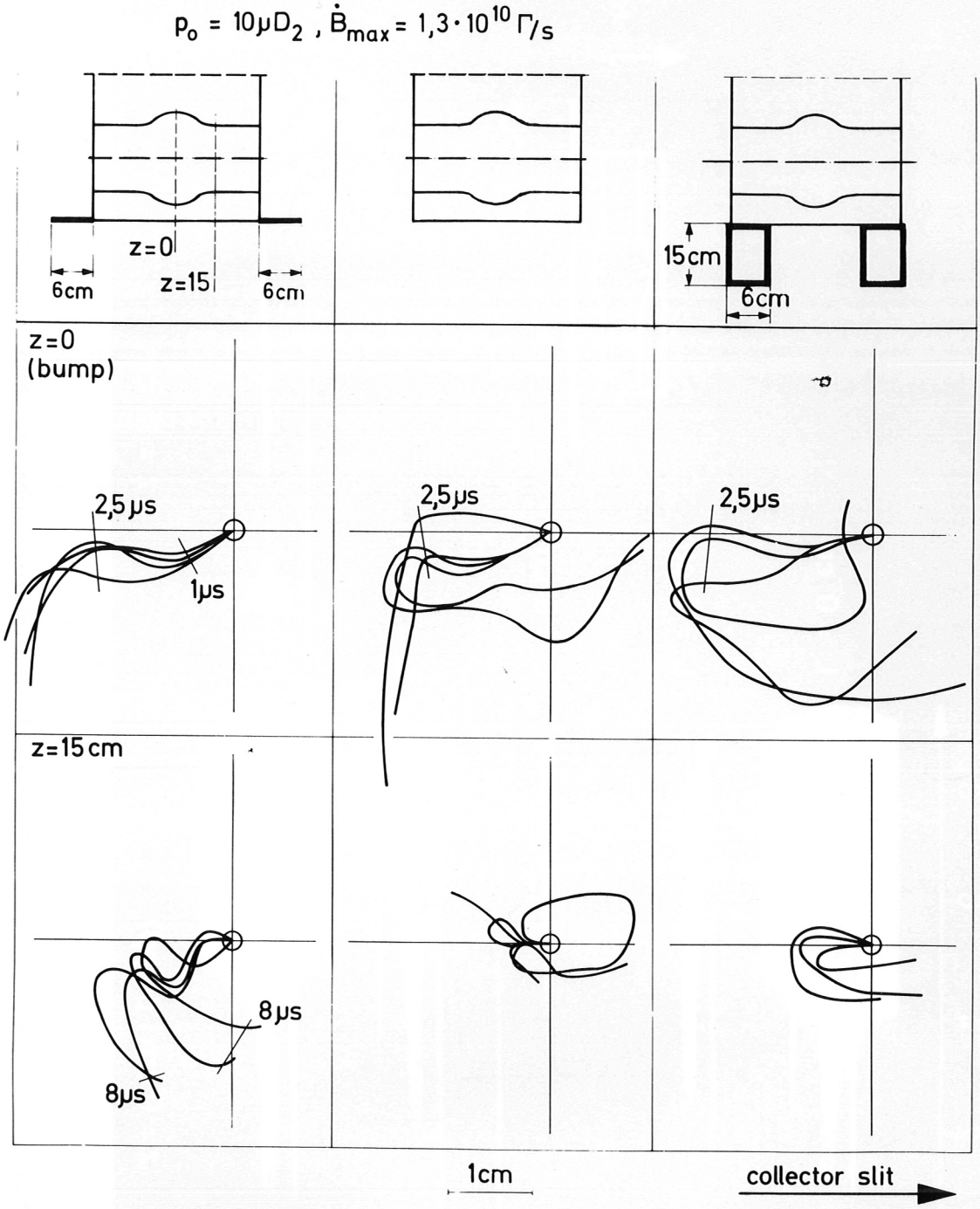

Abb.10 Bewegung des Plasmas bei verschiedenen Änderungen des Streuflusses für die Entladungsparameter B(10 µ D_2, 0.5 MJ).

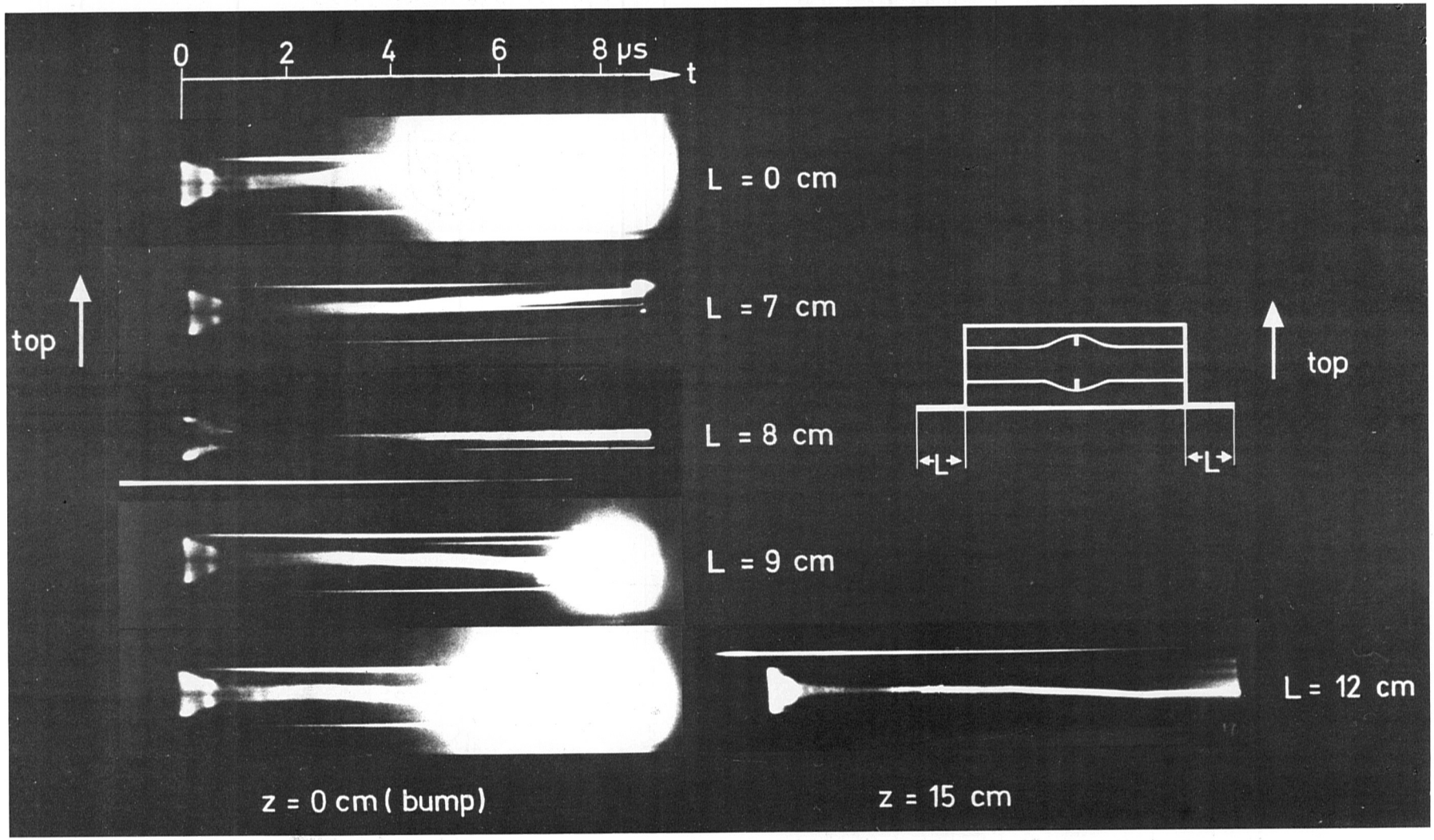

Abb.11 Bewegung des Plasmas im Bauchquerschnitt bei verschiedenen Längen L der Korrekturbleche für die Entladungsparameter C (20 µ D_2, 0.5 MJ).

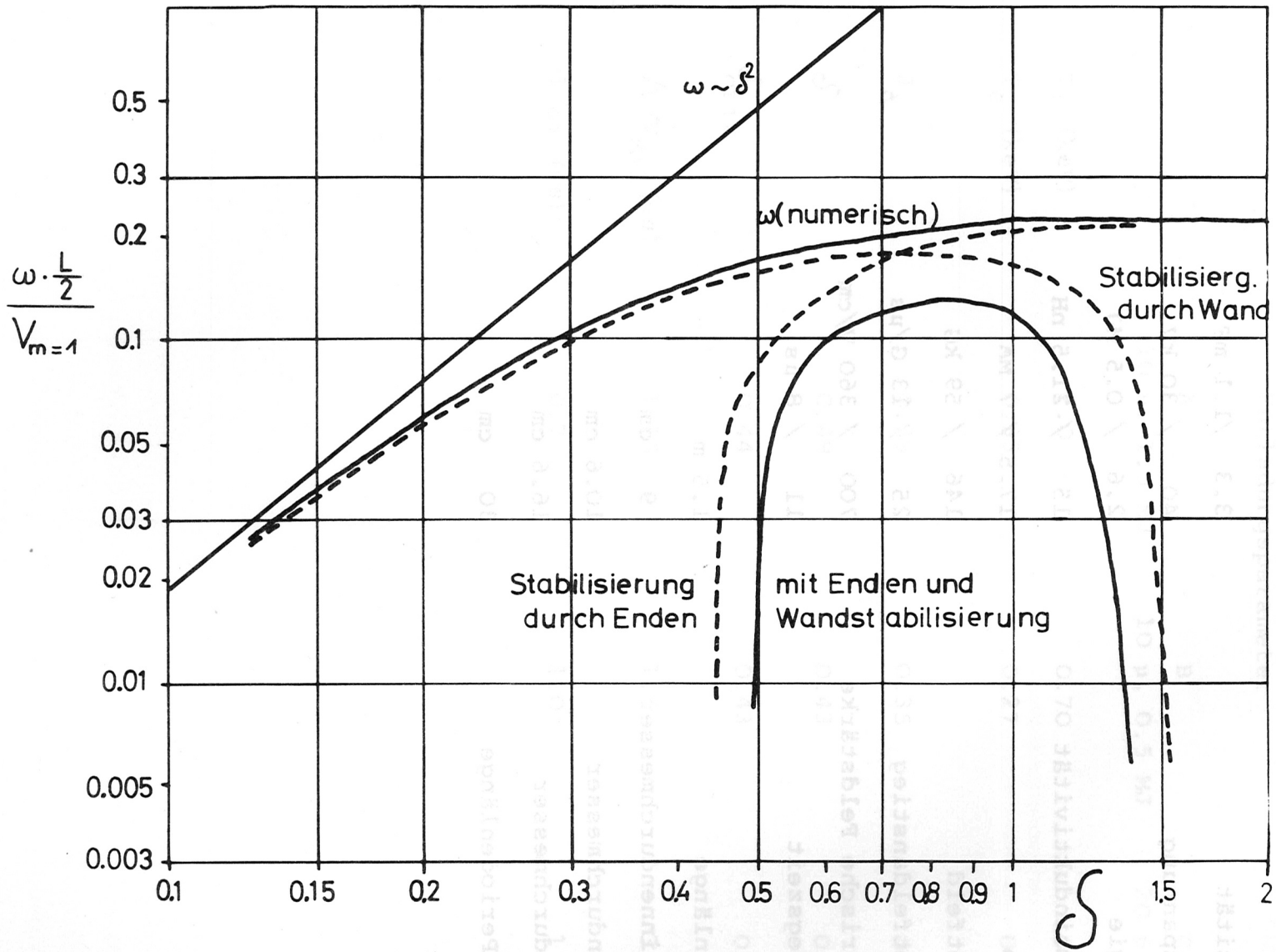

Abb.12 Dimensionslose Anwachsrate $\omega\, L/V_{m=1}$ der m=1 Instabilität eines Einzelbumps als Funktion der relativen Wellung δ . Plasmaradius r_{po} = 1cm, Wandradius r_W = 8.3cm, β_o = 0.35cm, Spulenlänge Λ = 150cm.

Tabelle 1

Batteriedaten

Kapazität	3.3 /1.1 mF
Ladespannung	40 / 30 kV
Energie	2.6 / 0.5 MJ
Gesamtinduktivität	15 / 21.5 nH
Strom	17.5 / 7 MA
Magnetfeld	146 / 59 kG
Magnetfeldanstieg	25 / 13 G/µs
Elektrische Feldstärke	700 / 360 V/cm
Anstiegszeit	11 / 8 µs
Spulenlänge	1.5 m
Gefäßinnendurchmesser	9 cm
Spulendurchmesser	10.6 cm
Bauchdurchmesser	16.6 cm
Bump-Periodenlänge	30 cm

Tabelle 2

Entladungsparameter

	A 10 μ, 1.5 MJ	B 10 μ, 0.5 MJ	C 20 μ, 0.5 MJ
T_i (keV)	2.0	0.70	0.38
T_e (keV)	0.33	0.27	0.38
β_A	0.39	0.35	0.8
δ	0.49	0.43	0.68
δ_{crit}	0.44	0.43	0.45
$\Lambda / v_{m=1}$ (μs)	1.15	1.5	3.0
$1/\omega$ (μs)	0.7	1.0	1.4

L i t e r a t u r

(1) F. Meyer, H.U. Schmidt, Z.f.Naturf. 13a, 1005 (1958)

(2) D. Pfirsch, H. Wobig, PlasmaPhys. Contr. Nucl. Fusion Research Vol.I, 757, IAEA Wien (1965)

(3) H. Wobig, Lab.Rep. IPP 6/53 (1966)

(4) J.L. Johnson, R.L. Morse, W.B. Riesenfeld, Plasma Physics 10, 543 (1968)

(5) H. Wobig, Lab. Rep. IPP 6/57 (1967)

(6) P. Merkel, A. Schlüter, Lab. Rep. IPP 6/48 (1966)

(7) H. Wobig, Eurat. Symp. Theor. Plasma Physics Varenna 1,135 (1966)

(8) F.A. Haas, J.A. Wesson, Phys. Fluids 9, 2472 (1966)

(9) F.A. Haas, J.A. Wesson, Phys. Fluids 10, 2245 (1967)

(10) R.L. Morse, Phys. Fluids 10, 1017 (1967)

(11) G.H. Wolf, Z.F. Naturf. 24a, 998, (1969)

(12) U. Grossmann-Doerth, W. Lotz, E. Remy, G.H. Wolf, Phys. Rev. Letters 10, 5 (1963)

(13) W. Lotz, E. Remy, G.H. Wolf, Nucl. Fusion 4, 335 (1964)

(14) H.A.B. Bodin, H.A.B. Bodin, A.A. Newton, J.A. Wesson, Phys. Fluids 13, 2735 (1970)

(15) H.A.B. Bodin, J. McCartan, A.A. Newton, G.H. Wolf, Plasma Phys. Contr. Nucl. Fusion Research Vol.II, 553, IAEA Wien (1969)

(16) E.M. Little, A.A. Newton, W.E. Quinn, F.L. Ribe, Plasma Phys. Contr. Nucl. Fusion Research Vol. II, 555, IAEA Wien (1969)

(17) C.Andelfinger, G.Decker, E.Fünfer, H.Hermannsdorfer, M.Keilhacker, E.Remy, M.Ulrich, H.Wobig, G.H.Wolf, Lab.Rep. IPP 1/55 (1966)

(18) J.Junker, E.Fünfer, M.Kaufmann, J.Neuhauser, Bulletin APS II, 14, No.11, Ann.Meeting of Plasma Phys. Paper 8B4, Los Angeles (1969)

(19) C.Andelfinger, E.Fünfer, G.Lehner, H.Paretzke, F.Pohl, U.Seidel, K.J.Sommer, U.Ulrich, Proc. APS Topical Conf. on Pulsed High Density Plasmas, Paper G2-1 (1967)

(20) F.Hartz, J.Junker, G.H.Wolf, Z.F. angew. Physik 27, 109, (1969)

(21) F. Hartz, J.Junker, F. Pohl, G.H.Wolf, Nucl. Fusion 9, 233 (1969)

(22) M. Kaufmann, J. Neuhauser, H. Röhr, Lab.Rep. IPP 1/105 (1970) (einger. Z.Phys.)

(23) U.Schumacher, Z.f. Physik 227, 162 (1969)

(24) H.Paretzke, Lab.Rep. IPP 1/83 (1968)